

# J15 - Ocena błędów systematycznych związanych ze strukturą CCD w danych astrometrycznych “Pi of the Sky”

Paweł Leon Swaczyna  
e-mail: pawel.swaczyna@student.uw.edu.pl

12 stycznia 2012

## Streszczenie

Kamery stosowane w projekcie “Pi of the Sky” odwzorowują gwiazdę na kilku sąsiednich pikselach matrycy CCD. Znajomość rozkładu liczby zliczeń pozwala na wyznaczenie środka ciężkości gwiazdy przyjmowanego za jej położenie i jej całkowitej jasności.

W ramach ćwiczenia poszukiwano zależności pomiędzy ułamkową częścią położenia gwiazdy na matrycy a jej uzyskaną jasnością. W efekcie stwierdzono systematyczną korelację pomiędzy takimi ułamkowymi częściami, a jasnością gwiazdy. Ponadto zbadano jak ta zależność wpływa na jasność w obszarach położonych w różnych odległościach w stosunku do środka matrycy. Uzyskane poprawki są rzędu 0.005 mag.

Zaproponowano algorytm pozwalający na eliminację tego systematycznego efektu z pomiarów poprzez zastosowanie do uzyskanych wyników dopasowania szeregów Fouriera. Ostatecznie stwierdzono, że wprowadzenie takiej poprawki powoduje statystycznie zmniejszenie dyspersji pomiarów jasności gwiazdy.

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Opis problemu</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Algorytm wyznaczenia poprawki</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Wybór pomiarów i gwiazd do algorytmu</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Uzyskane wyniki</b>	<b>3</b>
4.1	Proponowany algorytm obliczania poprawki . . . . .	4
4.2	Wpływ poprawki na szerokość rozkładu jasności gwiazdy . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Podsumowanie i propozycje rozwinięcia</b>	<b>4</b>
<b>A</b>	<b>Opis napisanych programów</b>	<b>6</b>
A.1	Wybór gwiazd i pomiarów - wybordanych.cpp . . . . .	6
A.2	Podział gwiazd ze względu na obszar - podzial.cpp . . . . .	6
A.3	Przygotowanie danych potrzebnych do uzyskania profili - profile.cpp . . . . .	6

# 1 Opis problemu

Celem projektu “Pi of the Sky” jest obserwacja dużej powierzchni nieba w celu zaobserwowania zjawisk nagłych: błysków gamma, wybuchów nowych i innych. W tym celu prowadzone są pomiary jasności gwiazdy. Obecnie pomiary prowadzone są przez zestaw 4 kamer w układzie umieszczonych w Hiszpanii.

Jednym z efektów działania projektu “Pi of the Sky” jest powstanie bazy pomiarów jasności gwiazd. Przy takich pomiarach ważne jest wykluczenie jak największej ilości błędów systematycznych. W tym opracowaniu zajęto się problemem występowania zależności zmierzonej jasności gwiazdy od jej wyznaczonego położenia na matrycy CCD.

Na skutek efektów dyfrakcji, fotony, który można przypisać do danej gwiazdy są rejestrowane przez kilka sąsiadujących ze sobą pikseli. Na podstawie uzyskanej liczby zliczeń można korzystając z gwiazd odniesienia określić jasność gwiazdy. Z mapy rozkładu ilości zliczeń na sąsiednich pikselach wylicza się “środek ciężkości” i przyjmuje go jako położenie gwiazdy na matrycy CCD. Ze względu na algorytm, w praktyce zapisane położenia zawierają się w przedziale  $\pm 0.35$  px od środka piksela. Ze względu na fakt, że piksele nie wypełniają w całości powierzchni matrycy, a ponadto ze względu na to, że skuteczność piksela może zależeć od punktu na jego powierzchni to z określonym położeniem może być skorelowana systematyczna zmiana wyznaczonej jasności gwiazdy.

Przeprowadzone przez Macieja Zielenkiewicza [1] analizy na podstawie pomiarów wykonanych przez prototypowy układ wykazały istnienie takich zależności. Poniższa praca stanowi rozszerzenie wykonanych tam badań na dane uzyskane przez nowe detektory w nocach 2/3, 3/4 i 4/5 stycznia 2011 roku. Kamery w te noce podążały za obrotem sfery niebieskiej, tak, że przez całą noc obserwowały mniej więcej ten sam obszar nieba, co znacznie ułatwiło analizę problemu.

## 2 Algorytm wyznaczenia poprawki

Ze względu na fakt, że obraz gwiazdy deformuje się na skutek odejścia od środka matrycy w pierwszym kroku podzielono matrycę na 25 równych obszarów, przy czym uwzględniono tylko gwiazdy dla których położenie w osi OX i OY na matrycy mieściło się w zakresie [200 px, 1800 px]. Co daje ostatecznie, że jako linie graniczne obszarów przyjęto położenia wynoszące 520, 840, 1160, 1480 px. Przyjmując, że układ ma dodatkowo symetrię ze względu na odbicia w osi OX i OY można ograniczyć się do 9 obszarów, a resztę sprowadzić do nich przez odbicia w osi OX lub OY tak jak to przedstawia tablica 2. Innymi słowy, gdyby układ odniesienia na matrycy przyjąć w jej środku, to istotne z punktu widzenia rozważanego problemu byłyby tylko wartości bezwzględne położzeń w osiach OX i OY.

IX	VIII	VII	VIII	IX
VI	V	IV	V	VI
III	II	I	II	III
VI	V	IV	V	VI
IX	VIII	VII	VIII	IX

Tablica 1: Podział matrycy na obszary dla których wyznaczono poprawki. Kolejne linie w pionie i poziomie odpowiadają pikselom: 200, 520, 840, 1160, 1480, 1800. Dla gwiazd, których środki leżą poza zakresem [200, 1800] nie wyznaczano poprawek.

Średnie położenie gwiazdy określano jako średnią arytmetyczną z położzeń danej gwiazdy. Podobnie szacowano jako najlepsze przybliżenie jasności gwiazdy jako średnią arytmetyczną z pomiarów. Następnie dzielono gwiazdy na grupy ze względu na obszar w którym leży średnie położenie gwiazdy. W tak ustalonych grupach wyznaczano zależność różnicy jasności gwiazdy w danym pomiarze i jej średniej jasności jako funkcji ułamkowej części położenia<sup>1</sup> poprzez podzielenie wszystkich pomiarów z danego obszaru na kilkanaście przedziałów, dla których dokonano uśrednienia. Analizę przeprowadzano niezależnie w osi OX i OY.

<sup>1</sup>Tutaj jeżeli brano gwiazdę spoza 9 podstawowych obszarów, to odbijano odpowiednio ułamkowe części położzeń.

Do tak uzyskanych wyników w każdym obszarze dopasowano szereg Fouriera postaci:

$$\Delta m(x) = \frac{A_0}{2} + A_1 \sin 2\pi x + A_2 \sin 4\pi x + A_3 \sin 6\pi x + B_1 \cos 2\pi x + B_2 \cos 4\pi x + B_3 \cos 6\pi x. \quad (1)$$

Wyznaczone wartości współczynników dopasowania pozwalają na sparametryzowanie poprawki i jej późniejsze stosowanie do pomiarów.

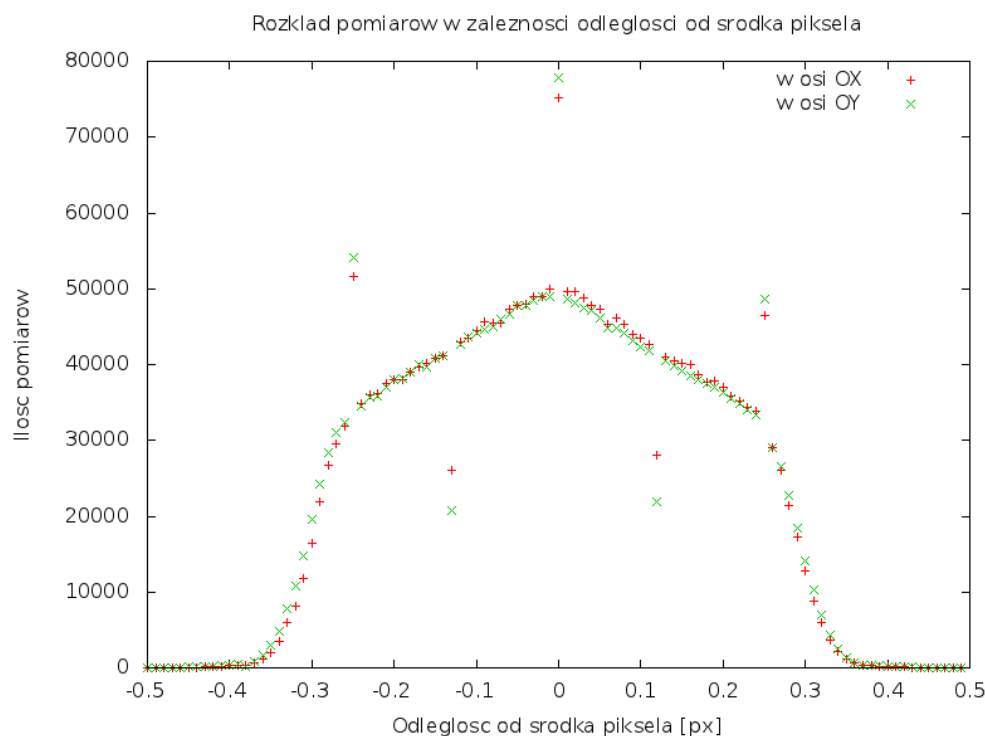
### 3 Wybór pomiarów i gwiazd do algorytmu

Spośród wszystkich pomiarów wykonanych przez aparaturę pomiarową wybrano te które spełniały dodatkowe kryteria związane z ich jakością. Mianowicie wybierano tylko te pomiary dla których flaga jakości zdjęcia i flaga jakości pomiaru były równe zero. Ponadto oczekiwano, że dla danej klatki jej jakość według tzw. Blue Purple wynosiła zero, zaś efficiency więcej niż 90%.

Ponadto do analizy uwzględniono tylko gwiazdy o jasności pomiędzy 7 i 10.5 mag, dla których szerokość rozkładu jasności (zdefiniowana jako odchylenie standardowe wszystkich pomiarów spełniających wyżej wymienione kryteria) była mniejsza niż 0.05 mag.

### 4 Uzyskane wyniki

W wyniku przeprowadzonej analizy uzyskano w poszczególnych obszarach rezultaty wykreślone na rysunkach 3 – 11 umieszczonych na końcu pracy. Ponadto wyniki dopasowania szeregów Fouriera zebrano w tabeli (3). W tabeli można zauważyć, że w wielu przypadkach pewne współczynniki w szeregu Fouriera są zgodne z zerem po uwzględnieniu błędu ich wyznaczenia. Ponadto niezerowy wyraz stały wynika z faktu, że pomiary nie mieszczą się w pełnym przedziale zmienności funkcji trygonometrycznych (tj.  $[-0.5, 0.5]$ ), a w trochę mniejszym  $[-0.35, 0.35]$ , co pokazuje histogram rozkładu ilości pomiarów w zależności od odległości od środka piksela pokazany na rysunku 1.



Rysunek 1: Rozkład ilości pomiarów w zależności od położenia od środka piksela w osiach OX i OY.

Wyznaczonym współczynnikom Fouriera nie przypisuje się tutaj interpretacji fizycznej, a tylko bierze się je w celu określenia prostego algorytmu pozwalającego na określenie poprawki. Z wykresów można zauważyć, że czym obszar leży dalej od środka matrycy tym mniej symetryczna jest uzyskana poprawka.

#### 4.1 Proponowany algorytm obliczania poprawki

1. Określamy położenie pomiaru na matrycy jako  $x$  w osi OX i  $y$  w osi OY.
2. Jeżeli  $x > 1000$  to bierzemy  $x := 2000 - x$ .<sup>2</sup>
3. Jeżeli  $y > 1000$  to bierzemy  $y := 2000 - y$ .<sup>3</sup>
4. Określamy w którym z 9 obszarów leży punkt  $(x, y)$ .
5. Obliczamy na podstawie wzoru (1) poprawki ze względu na ułamkową część położenia w osi OX ( $\Delta m_x$ ) oraz OY ( $\Delta m_y$ ). Bierzemy przy tym współczynniki szeregu Fouriera jak w tabeli 3 umieszczonej na ostatniej stronie raportu.
6. Jako jasność gwiazdy w danym pomiarze przyjmujemy:  $m := m - \Delta m_x - \Delta m_y$ .

#### 4.2 Wpływ poprawki na szerokość rozkładu jasności gwiazdy

Algorytm opisany powyżej zastosowano w celu określenia zmiany szerokości rozkładu jasności gwiazd. W tym celu dla wszystkich gwiazd uzyskanych w opracowywanych pomiarach obliczono odchylenia standardowe jasności gwiazdy bez poprawki i z uwzględnioną poprawką. Następnie odjęto od wyniku z uwzględnioną poprawką wynik bez uwzględnienia poprawki. Mapę rozkładu tak wyznaczonej różnicy w funkcji jasności gwiazdy przedstawia rysunek 2.

Na rysunku można zauważyć, że w szczególności dla jasnych gwiazd jest widoczne przesunięcie obszaru gęstości poniżej osi OX. Oznacza to, że poprawka zmniejszyła szerokości rozkładu tych gwiazd. Również dla słabszych gwiazd takie przesunięcie może być zauważone.

Jeżeli traktować poprawkę opisaną powyżej jako niezależną od wszystkich innych błędów, to z zasady propagacji małych błędów sumaryczna szerokość rozkładu powinna wiązać się z szerokością zredukowaną poprawką wzorem:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{inne}^2 + \sigma_{popr}^2} \quad (2)$$

Jeżeli przyjmiemy, że szerokość którą dostawaliśmy bez uwzględnienia poprawki wynosi  $\sigma$ , zaś po uwzględnieniu poprawki  $\sigma_{inne}$ , to możemy obliczyć wartość:

$$\sigma_{popr} = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_{inne}^2} \quad (3)$$

Średnia kwadratowa takiej wartości dla gwiazd zebranych w różnych przedziałach jasności przedstawiono w tabelicy 2.

Można łatwo zauważyć, że uzyskana w ten sposób średnia jest na podobnym poziomie co uzyskane poprawki przedstawione na rysunkach. Wskazuje to, że uzyskane poprawki powodują zmianę szerokości rozkładu jasności na takim poziomie jak poprawka. Sugeruje to prawidłowość wyniku

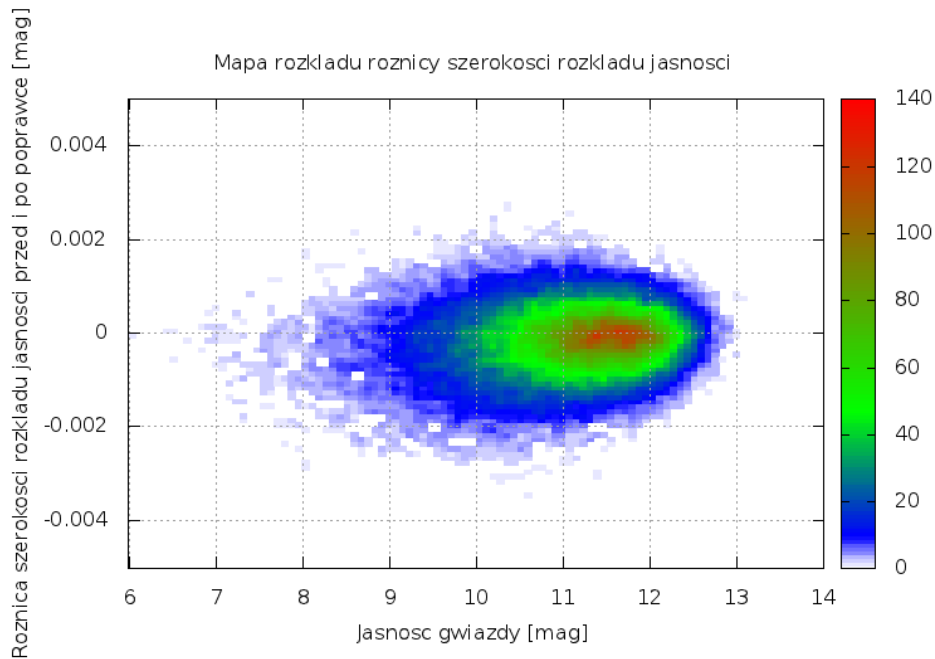
## 5 Podsumowanie i propozycje rozwinięcia

Analiza problemu doprowadziła do uzyskania algorytmu pozwalającego na zmniejszenie szerokości rozkładów jasności gwiazd zgodnie z zasadą propagacji małych błędów. Uzyskane poprawki nie przekraczają poziomu 0.01 mag, i zależą znacznie od położenia gwiazdy na matrycy.

W dalszym etapie można powtórzyć tą analizę niezależnie ze względu na każdą z kamer używanych w eksperymencie. Można ponadto starać się użyć wyników pomiarów uzyskanych w trakcie normalnego działania aparatury.

<sup>2</sup>Ewentualne odbicie położenia punktu ze względu na oś OX

<sup>3</sup>Ewentualne odbicie położenia punktu ze względu na oś OY



Rysunek 2: Rozkład ilości gwiazd na płaszczyźnie, gdzie położenie w osi OX określa jasność gwiazdy, zaś w osi OY różnica szerokości rozkładu jasności gwiazdy po uwzględnieniu poprawki i bez uwzględnienia poprawki.

Jasność [mag]	$\bar{\sigma}_{popr}$ [mag]
< 7.25	0.0048
7.25–7.75	0.0055
7.75–8.25	0.0054
8.25–8.75	0.0041
8.75–9.25	0.0048
9.25–9.75	0.0038
9.75–10.25	0.0043
10.25–10.75	0.0040
10.75–11.25	0.0040
11.25–11.75	0.0043
11.75–12.25	0.0043
12.25–12.75	0.0049
12.75–13.25	0.0041
> 13.25	0.0039

Tablica 2: Średnia kwadratowa wartości określonej wzorem (3) dla gwiazd w różnych zakresach jasności

## Literatura

- [1] Zielenkiewicz, Maciej, *Ocena błędów systematycznych związanych ze strukturą CCD danych astrometrycznych prototypu "Pi of the Sky"*, [http://hep.fuw.edu.pl/u/zarnecki/pi/studenci/mz\\_raport\\_popr.pdf](http://hep.fuw.edu.pl/u/zarnecki/pi/studenci/mz_raport_popr.pdf).

## A Opis napisanych programów

### A.1 Wybór gwiazd i pomiarów - wybordanych.cpp

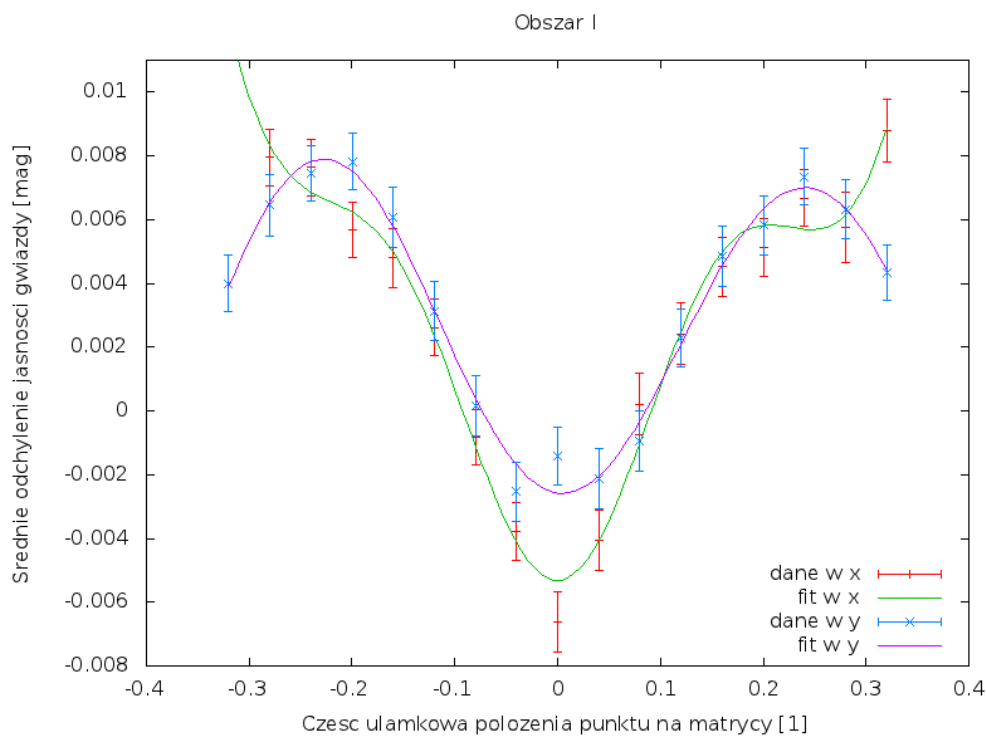
Program wybiera pomiary dla który wszystkie flagi jakości mają wartość 0. Ponadto efficiency wynosi tyle ile określono w 15 linii. Ponadto wybiera gwiazdy, dla których wyniki spełniają kryteria określone w liniach 16-18. Ścieżki do danych należy podać w liniach 20-24.

### A.2 Podział gwiazd ze względu na obszar - podzial.cpp

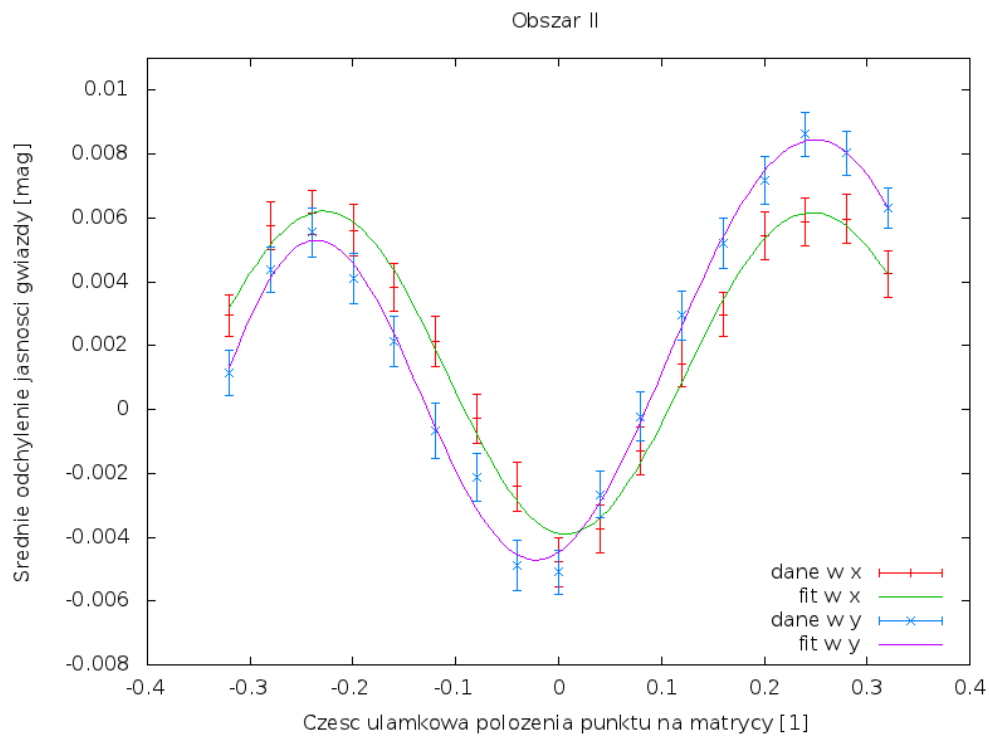
Program na podstawie listy gwiazd otrzymanej w poprzednim programie dzieli je ze względu na obszary w których występują. Ponadto redukuje pomiary do potrzebnych do uzyskania końcowego rezultatu. Ścieżki do danych wejściowych i wynikowych należy podać w liniach 15-37.

### A.3 Przygotowanie danych potrzebnych do uzyskania profili - profile.cpp

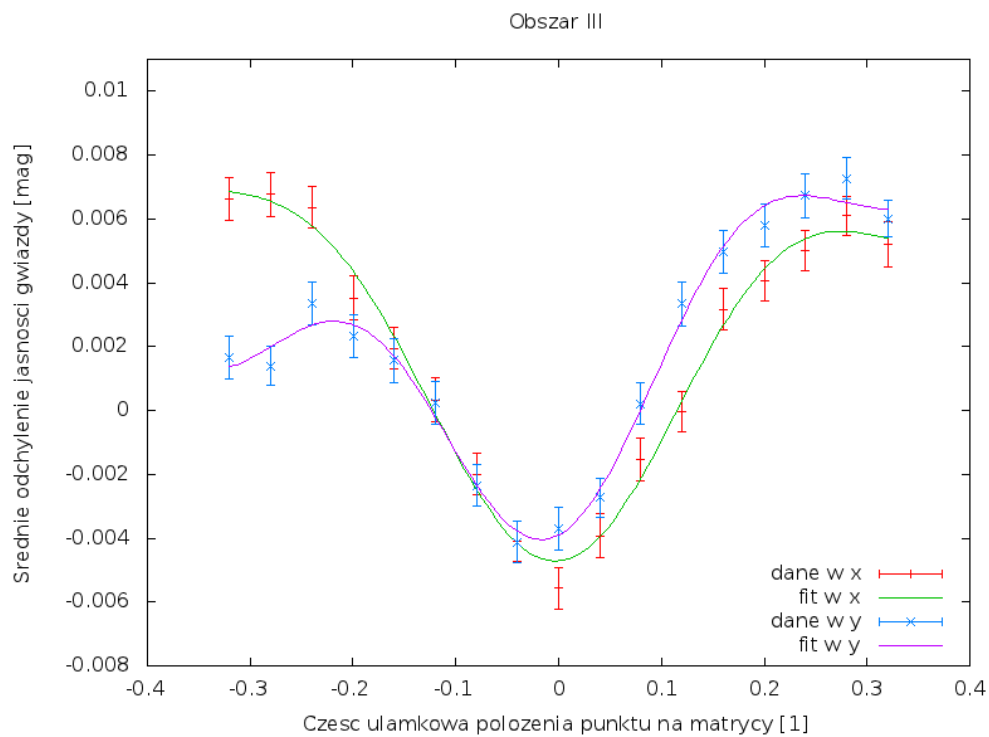
Program przygotowuje dane pozwalające na wykreślenie wykresów zmiany jasności gwiazdy w zależności od środka piksela dla każdego z obszarów.



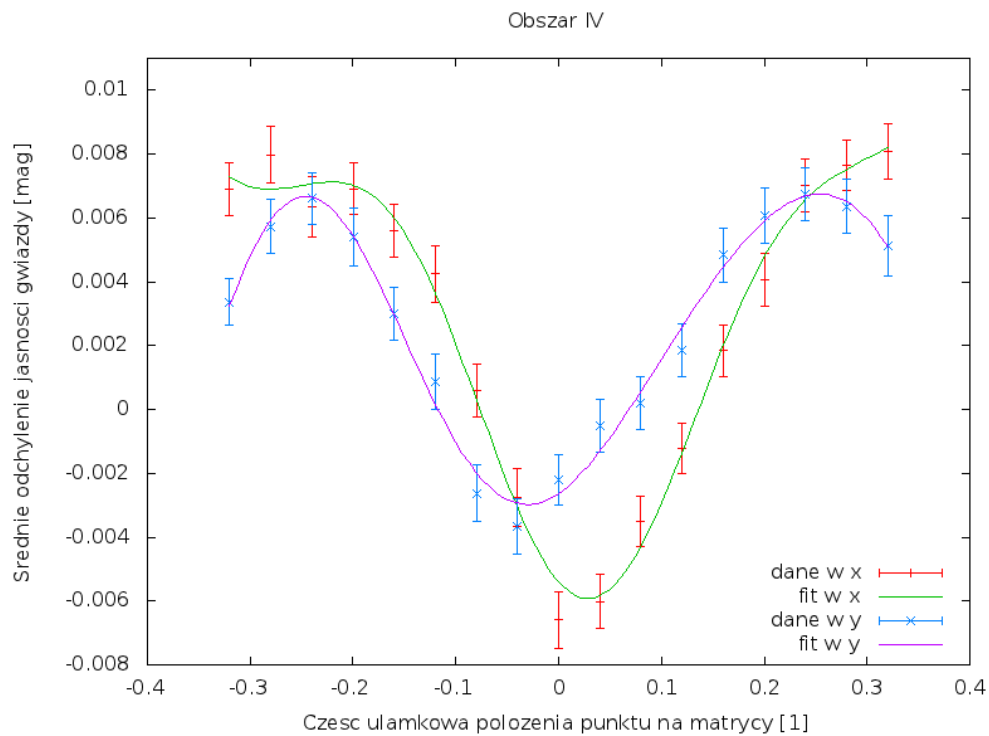
Rysunek 3: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru I



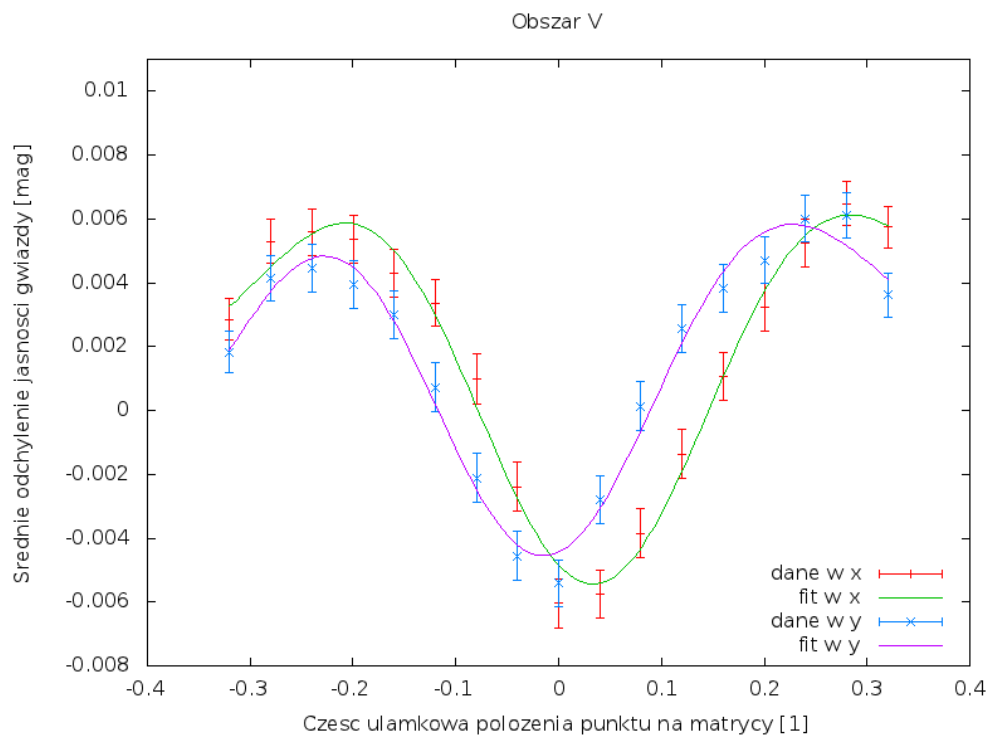
Rysunek 4: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru II



Rysunek 5: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru III

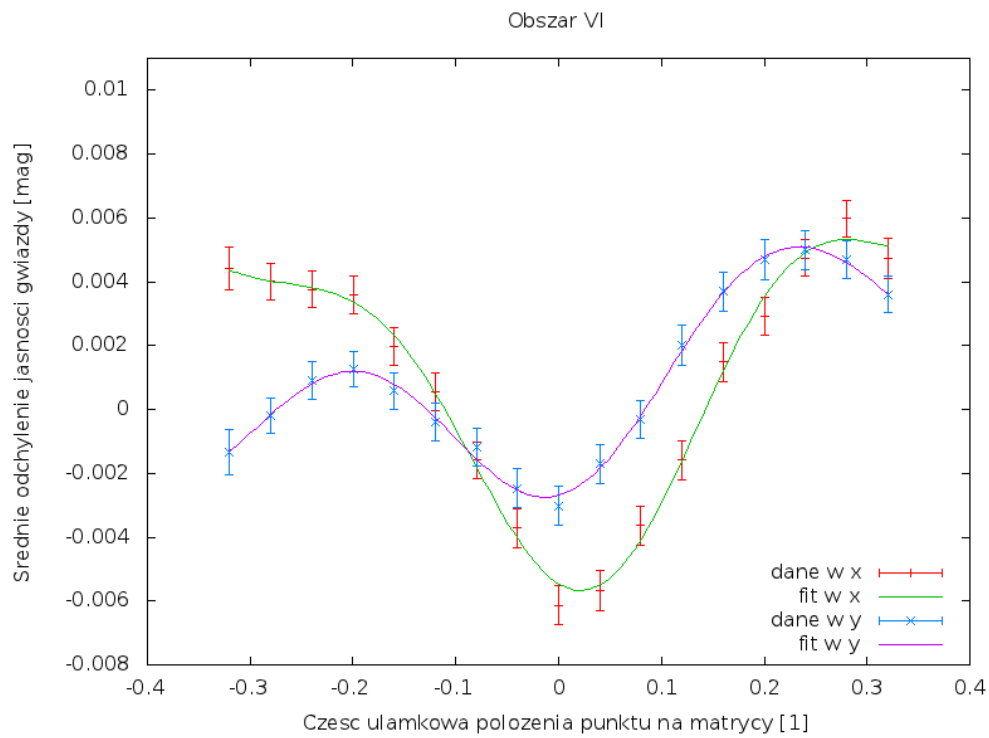


Rysunek 6: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru IV

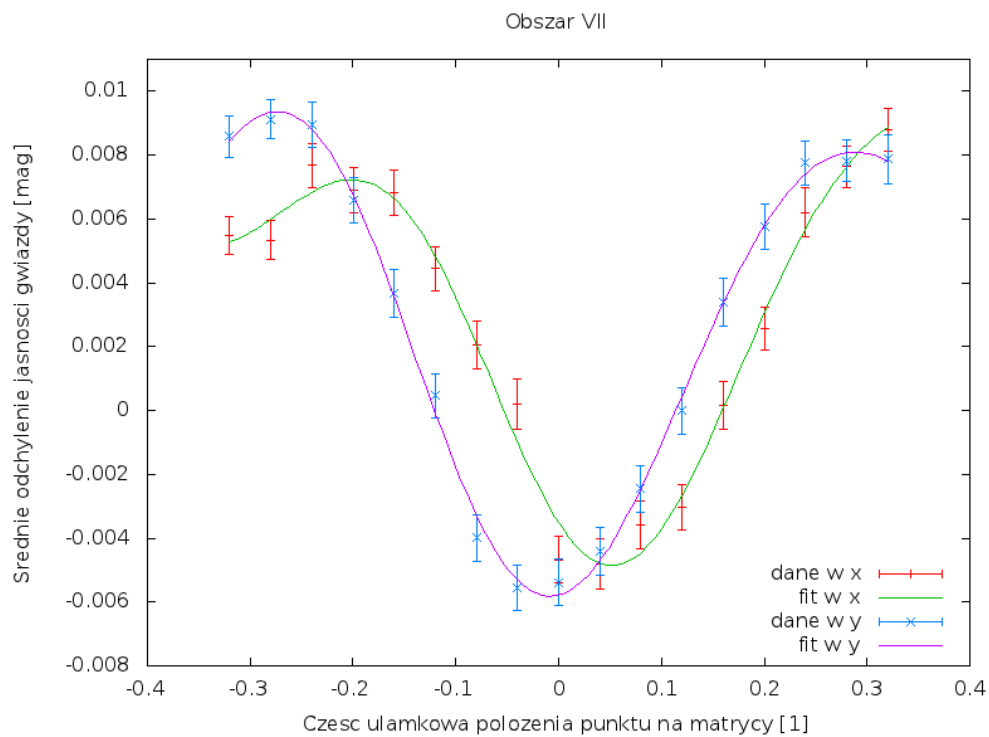


Rysunek 7: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru V

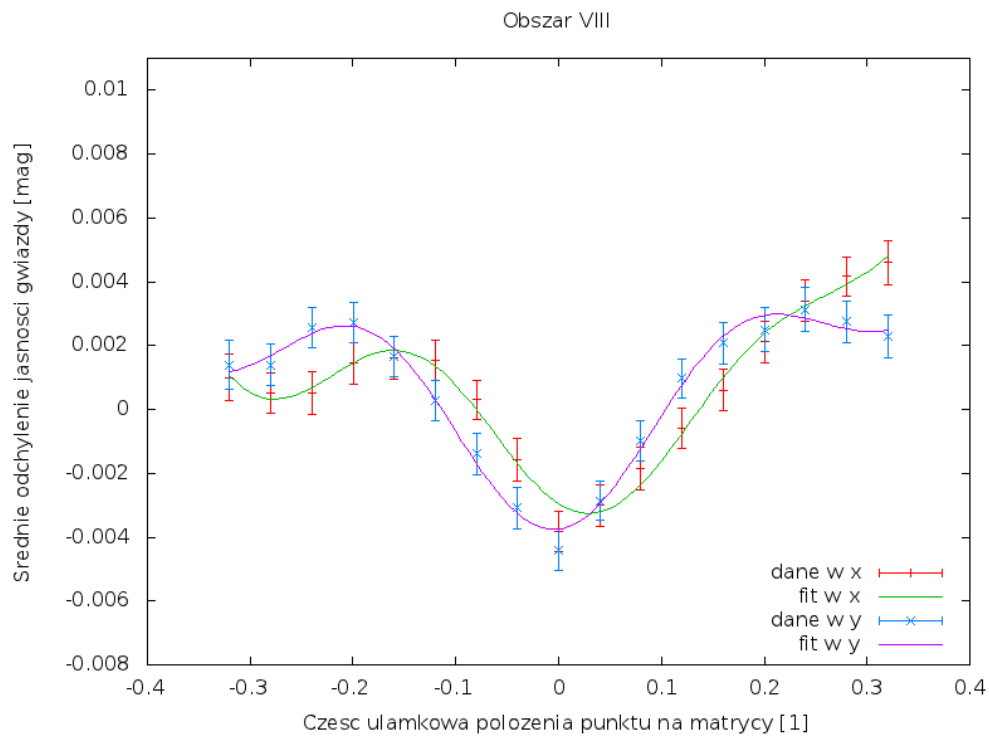




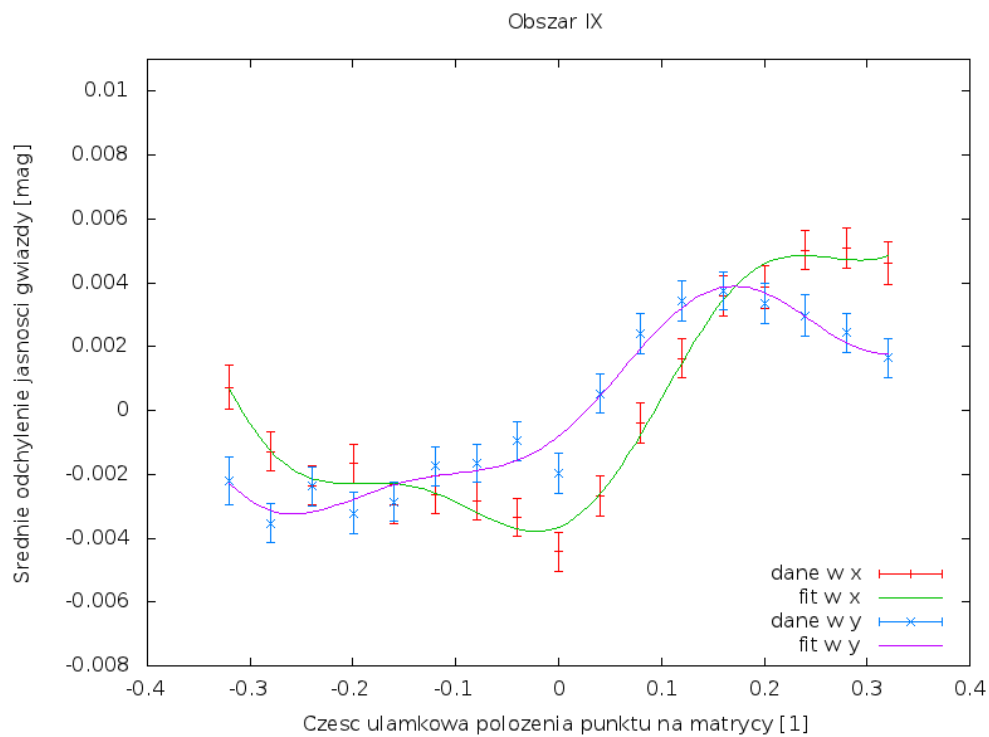
Rysunek 8: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru VI



Rysunek 9: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru VII



Rysunek 10: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru VIII



Rysunek 11: Zmiana jasności gwiazdy ze względu na odległość od środka piksela dla obszaru IX

Obszar	A0 [10 <sup>-3</sup> mag]	A1 [10 <sup>-3</sup> mag]	A2 [10 <sup>-3</sup> mag]	A3 [10 <sup>-3</sup> mag]	B1 [10 <sup>-3</sup> mag]	B2 [10 <sup>-3</sup> mag]	B3 [10 <sup>-3</sup> mag]
I	22.00 ± 2.04	-1.00 ± 0.32	0.97 ± 0.41	-0.29 ± 0.39	-16.25 ± 1.82	4.62 ± 1.30	-4.68 ± 0.70
	2.76 ± 1.52	-0.14 ± 0.24	-0.58 ± 0.30	0.20 ± 0.29	2.10 ± 1.35	-5.93 ± 0.96	-0.12 ± 0.52
II	2.32 ± 1.40	0.08 ± 0.22	-0.59 ± 0.28	0.01 ± 0.27	0.34 ± 1.25	-4.93 ± 0.89	-0.44 ± 0.48
	0.53 ± 1.21	2.41 ± 0.18	-0.67 ± 0.24	0.78 ± 0.23	1.71 ± 1.07	-6.55 ± 0.76	0.10 ± 0.41
III	6.30 ± 1.66	-0.36 ± 0.26	0.54 ± 0.34	-0.10 ± 0.31	-4.58 ± 1.47	-2.61 ± 1.03	-0.67 ± 0.54
	5.69 ± 1.37	2.46 ± 0.21	-0.44 ± 0.27	0.37 ± 0.26	-3.35 ± 1.22	-1.77 ± 0.87	-1.62 ± 0.47
IV	10.94 ± 1.94	-0.84 ± 0.30	-1.33 ± 0.39	-0.77 ± 0.36	-7.48 ± 1.73	-1.47 ± 1.22	-1.91 ± 0.65
	1.07 ± 1.49	1.05 ± 0.23	-0.29 ± 0.30	1.01 ± 0.29	2.30 ± 1.32	-6.17 ± 0.94	0.71 ± 0.50
V	4.10 ± 1.77	-0.31 ± 0.27	-1.83 ± 0.35	-0.52 ± 0.35	-2.54 ± 1.58	-3.49 ± 1.13	-0.86 ± 0.61
	2.40 ± 1.85	1.15 ± 0.28	-0.30 ± 0.37	0.62 ± 0.36	-0.65 ± 1.65	-3.96 ± 1.18	-1.03 ± 0.63
VI	4.70 ± 1.26	-0.13 ± 0.20	-0.40 ± 0.26	-0.73 ± 0.23	-4.67 ± 1.12	-2.14 ± 0.78	-1.00 ± 0.41
	0.73 ± 0.58	2.27 ± 0.09	-0.56 ± 0.12	0.06 ± 0.11	0.14 ± 0.51	-2.45 ± 0.36	-0.74 ± 0.19
VII	8.75 ± 1.84	-0.65 ± 0.28	-2.96 ± 0.37	-0.45 ± 0.37	-5.04 ± 1.65	-2.06 ± 1.17	-0.79 ± 0.64
	6.61 ± 1.06	-0.21 ± 0.16	0.01 ± 0.22	0.51 ± 0.20	-3.94 ± 0.94	-5.07 ± 0.66	-0.09 ± 0.35
VIII	6.00 ± 1.15	0.87 ± 0.18	-1.21 ± 0.23	-0.57 ± 0.21	-5.29 ± 1.02	1.03 ± 0.71	-1.71 ± 0.37
	3.33 ± 0.99	0.52 ± 0.15	-0.30 ± 0.20	0.24 ± 0.18	-2.93 ± 0.88	-0.83 ± 0.61	-1.65 ± 0.32
IX	5.20 ± 1.39	2.72 ± 0.22	0.73 ± 0.29	-0.71 ± 0.26	-5.82 ± 1.23	1.18 ± 0.86	-1.61 ± 0.45
	2.05 ± 1.69	2.86 ± 0.26	0.76 ± 0.35	-0.11 ± 0.32	-1.83 ± 1.50	1.28 ± 1.05	-1.28 ± 0.55

Tablica 3: Współczynniki dopasowania szeregu Fouriera do uzyskanych wyników.